

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ**

Одобрено на заседании

Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ

Протокол от 24.04.2023 № 23.4

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине**

**ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ**

*название дисциплины*

для направления подготовки

**14.03.02 Ядерные физика и технологии**

образовательная программа

**Инновационные ядерные технологии**

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

## **Область применения**

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

## **Цели и задачи фонда оценочных средств**

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

## 1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 Уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 Владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З-ОПК-1 Знать: базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-ОПК-1 Уметь: выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат В-ОПК-1 Владеть: математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общезначимых законов и принципов

## 1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

### 1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
<b>Текущая аттестация, 3 семестр</b>			
1.	Интегралы, зависящие от параметра	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1	Контрольная работа №1
2.	Кратные интегралы.	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1	
3.	Криволинейные и поверхностные интегралы	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1	Контрольная работа №2
4.	Элементы векторного анализа.	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1	
5.	Функции комплексного переменного.	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1	
6.	Особые точки, вычеты, приложения.	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1	
7.	Операционное исчисление.	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1	
<b>Промежуточная аттестация, 3 семестр</b>			
	Экзамен	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1 З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1	Экзаменационный билет

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
<b>Высокий</b> <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
<b>Продвинутый</b> <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
<b>Пороговый</b> <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
<b>Ниже порогового</b>	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	<b>высокий</b>	<b>высокий</b>
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	<b>продвинутый</b>	<b>продвинутый</b>
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
пороговый	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
	<b>пороговый</b>	<b>пороговый</b>
ниже порогового	<b>пороговый</b>	<b>ниже порогового</b>
	<b>ниже порогового</b>	-

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.

Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:

- контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
- контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.

Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум
<b>Текущая аттестация</b>	<b>1-16</b>	<b>36</b>	<b>60</b>
<b>Контрольная точка № 1</b>	<b>7-8</b>	<b>18</b>	<b>30</b>
<i>Контрольная работа №1</i>	8	18	30
<b>Контрольная точка № 2</b>	<b>15-16</b>	<b>18</b>	<b>30</b>
<i>Контрольная работа №2</i>	16	18	30

<b>Промежуточная аттестация</b>	-	<b>24</b>	<b>40</b>
Экзамен	-		
<i>Экзаменационный билет</i>	-	24	40
<b>ИТОГО по дисциплине</b>		<b>60</b>	<b>100</b>

\* Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

Студент считается аттестованным по разделу, зачету или экзамену, если он набрал не менее 60% от максимального балла, предусмотренного рабочей программой.

Студент может быть аттестован по дисциплине, если он аттестован по каждому разделу, зачету/экзамену и его суммарный балл составляет не менее 60.

#### ***Определение бонусов и штрафов***

Бонусы: поощрительные баллы студент может получить к своему рейтингу в конце семестра за присутствие на лекциях, практических и лабораторных занятиях и активную и регулярную работу на занятиях.

Бонус (премиальные баллы) не может превышать 5 баллов, вместе с баллами за текущую аттестацию – не более 60 баллов за семестр.

#### **4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков**

## Форма экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

### Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

## ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление/ Специальность	<b>14.03.02 «Ядерные физика и технологии»</b>
Образовательная программа	<b>«Инновационные ядерные технологии»</b>
Дисциплина	<b>ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ</b>

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 01

1. Вопрос для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.

2. Вопрос для проверки уровня обученности УМЕТЬ

Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл  $\iint_D y dx dy$  по области D,

заданной неравенствами:  $1 \leq xy \leq 4$ ,  $\frac{1}{4}y \leq x \leq y$ .

3. Вопрос для проверки уровня обученности УМЕТЬ

Найти поток векторного поля  $a$  через замкнутую поверхность  $S$  (нормаль внешняя)

$$a = (x^2 + xy)i + (y^2 + yz)j + (z^2 + xz)k,$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$$

4. Вопрос (задача/задание) для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

Найти конечные особые точки, определить их тип и найти вычеты  $f(z) = \frac{tg(z-1)}{z^2-1}$ .

Составитель

\_\_\_\_\_ (подпись)

Л.А. Королева

Заведующий кафедрой/  
начальник отделения

\_\_\_\_\_ Д.С. Самохин



**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ**

Направление/ **14.03.02 «Ядерные физика и технологии»**

Специальность

Образовательная **«Инновационные ядерные технологии»**

программа

Дисциплина **ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ**

**ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ**

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, признаки равномерной сходимости. Примеры.
3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
4. Эйлеровы интегралы: гамма-функция и ее свойства. Примеры.
5. Эйлеровы интегралы: бета-функция и ее свойства. Два вида записи бета-функции. Вычисление

интеграла  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos^m x dx$ .

6. Интеграл Фурье. Теоремы о представимости функции интегралом Фурье. Примеры.
7. Преобразование Фурье (прямое, обратное, косинус- и синус-преобразование).
8. Определение и свойства кратных интегралов: разбиения, интегральная сумма, интеграл Римана, свойства интегралов). Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
9. Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по прямоугольнику и по элементарной области. Сведение тройного интеграла к повторному по элементарной области.
10. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Формулы замены переменных при переходе к полярной, цилиндрической и сферической системам координат. Приложения кратных интегралов.
11. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение, свойства, теорема о вычислении с помощью определенного интеграла.
12. Криволинейные интегралы 1-го рода: формулы вычисления для случая плоской кривой (разные способы задания кривой), приложения. Примеры.
13. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение, свойства. Теорема о вычислении с помощью определенного интеграла и теорема о связи криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.
14. Потенциальные векторные поля. Потенциальность поля и эквивалентные утверждения о криволинейных интегралах 2-го рода.
15. Площадь поверхности: определение, вычисление с помощью двойного интеграла (для параметрического и явного задания).
16. Поверхностные интегралы 1-го рода. Определение, свойства и вычисление с помощью двойного интеграла.
17. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства; вычисление с

помощью двойного интеграла.

18. Формула Грина и ее следствие (вычисление площади). Условие потенциальности плоских векторных полей.

19. Дивергенция. Формула Остроградского и ее следствие.

20. Ротор. Формула Стокса. Условие потенциальности векторных полей в пространстве.

21. Элементы теории поля: оператор  $\nabla$ , правила действия с ним, запись известных операций над полями с помощью  $\nabla$ .

22. Поток поля, дивергенция, соленоидальные поля. Закон сохранения интенсивности векторной трубки.

23. Производная функции комплексного переменного. Теорема о дифференцируемости функции комплексного переменного, условия Коши-Римана. Аналитичность функции комплексного переменного в точке и в области. Примеры.

24. Гармонические функции, сопряженные гармонические функции. Задача о восстановлении аналитической функции по известной действительной (или мнимой) части.

25. Интеграл от функции комплексного переменного: определение, связь с криволинейными интегралами, свойства, примеры. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Примеры.

26. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Теорема о существовании первообразной для аналитической функции. Формула Ньютона-Лейбница. Примеры.

27. Интегральная формула Коши для функции и для производной. Примеры.

28. Ряд Тейлора. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора. Утверждение о радиусе сходимости ряда Тейлора. Разложения элементарных функций.

29. Ряд Лорана (определение, область сходимости). Теорема Лорана о разложении аналитической в кольце функции в ряд Лорана. Примеры.

30. Изолированные особые точки однозначного характера (определения, классификация, примеры) и связь с разложением в ряд Лорана в окрестности точки.

31. Вычет функции в конечной и бесконечной особой точке. Вычисление вычета во всех типах изолированных особых точек.

32. Основная теорема Коши о вычетах и ее следствие – теорема Коши о полной сумме вычетов в расширенной комплексной плоскости. Примеры вычисления контурных интегралов.

33. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов:

$$\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx .$$

34. Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Теорема об аналитичности изображения.

35. Свойства преобразования Лапласа: свойство линейности, теоремы подобия, запаздывания, смещения.

36. Теоремы дифференцирования и интегрирования оригинала и изображения. Изображение свертки функций.

37. Теоремы о восстановлении оригинала по заданному изображению: теорема обращения, теорема разложения изображения.

38. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Интеграл Дюамеля и его применение к решению дифференциальных уравнений.

### Критерии оценивания компетенций (результатов):

Отлично/хорошо/удовлетворительно/неудовлетворительно

### Описание шкалы оценивания:

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36–40	<b>Студент должен:</b> – продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; – исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал;

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– правильно формулировать определения;</li> <li>– продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой;</li> <li>– уметь сделать выводы по излагаемому материалу.</li> </ul>
Хорошо 30–35	<p><b>Студент должен:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– продемонстрировать достаточно полное знание программного материала;</li> <li>– продемонстрировать знание основных теоретических понятий;</li> <li>– достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал;</li> <li>– продемонстрировать умение ориентироваться в литературе;</li> <li>– уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.</li> </ul>
Удовлетворительно 24–29	<p><b>Студент должен:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– продемонстрировать общее знание изучаемого материала;</li> <li>– показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;</li> <li>– уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;</li> <li>– знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.</li> </ul>
Неудовлетворительно 23 и меньше	<p><b>Студент демонстрирует:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– незнание значительной части программного материала;</li> <li>– не владение понятийным аппаратом дисциплины;</li> <li>– существенные ошибки при изложении учебного материала;</li> <li>– неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;</li> <li>– неумение делать выводы по излагаемому материалу.</li> </ul>

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ**

**Кафедра общей и специальной физики**

Направление/ **14.03.02 «Ядерные физика и технологии»**

Специальность

Образовательная **«Инновационные ядерные технологии»**

программа

Дисциплина **ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ**

**Комплект заданий для контрольных работ**

**Контрольная работа 1**

**Вариант 1.**

1. Вычислить с помощью гамма-функции  $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-2x^2} dx$ .

2. Представить интегралом Фурье функцию  $f(x) = 3|x|$ ,  $|x| \leq 1$  и  $f(x) = 0$ ,  $|x| > 1$

3. Изменить порядок интегрирования  $\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{4+x}}^{4+x} f(x, y) dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины  $D$ , ограниченной кривыми  $y = x^2$ ,  $y = 2$  с плотностью  $\mu(x, y) = 2 - y$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $z = 2 - x^2 - y^2$ ,  $z = 0$ .

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам  $\iiint_V z dx dy dz$ ,

$V : x^2 + y^2 + z^2 \leq 32, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ .

**Вариант 2.**

1. Вычислить с помощью бета-функции  $\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{(1+x^3)^2} dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию  $f(x) = x, |x| \leq 3$  и  $f(x) = 0, |x| > 3$ .

3. Изменить порядок интегрирования  $\int_0^2 dx \int_{0,25x^2}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy$

4. Вычислить площадь фигуры  $D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, y \leq \frac{1}{2}x, y \geq 0$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x = y^2, x + z = 4, z = 0$ .

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам  $\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$

$V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0, y \geq 0.$

### Вариант 3.

1. Вычислить с помощью бета-функции  $\int_0^9 x^2 \cdot \sqrt{9-x} dx.$

2. Представить интегралом Фурье функцию  $f(x) = 1 - |x|, |x| \leq 1$  и  $f(x) = 0, |x| > 1$

3. Изменить порядок интегрирования  $\int_0^3 dy \int_{(16y)/3}^{25-y^2} f(x, y) dx$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми  $x + y = 1, x + 2y + 2 = 0, x = 0$  с плотностью  $\mu(x, y) = x^2.$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $y = x, y = -x, y = 1, z^2 = 1 - y, z = 0 (z \geq 0).$

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам  $\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{1-x^2-y^2}},$

$V: z \leq 1 - x^2 - y^2, z \geq 0.$

### Вариант 4.

1. Вычислить с помощью бета-функции  $\int_0^{\pi/4} \sqrt[4]{\tan 2x} dx.$

2. Представить интегралом Фурье функцию  $f(x) = \begin{cases} 2, & 1 \leq x \leq 4, \\ 0, & x < 1; x > 4. \end{cases}$

3. Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_x^{x^2+1} f(x, y) dy$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $x = 4 - y^2$ ,  $y = x + 2$ ,  $y = -2$ .

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}, \quad \sqrt{3}z = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам  $\iiint_V (z - 2) dx dy dz$ ,

$$\partial V : z = 6(x^2 + y^2), \quad x^2 + y^2 = 3, \quad z = 0.$$

### Критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов (получено не менее 18 баллов).

### Описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 1 по теме “Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы” оценивается в 30 баллов: задачи 1, 2, 4 оцениваются в 4 балла, а остальные – в 6 баллов.

## Контрольная работа 2

### Вариант 1.

1. Вычислить интеграл  $\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}$ , где  $L$  - первый виток винтовой линии

$$x = 4 \cos t, \quad y = 4 \sin t, \quad z = 3t.$$

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (2 + y - 7x + 9z) ds$ , где  $S$  - часть плоскости

$$2x - y - 2z = -2, \quad \text{отсекаемая координатными плоскостями.}$$

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_S (x^2 + y^2) z dx dy$ , где  $S$  - внешняя сторона

нижней половины сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

4. Вычислить циркуляцию векторного поля  $\vec{a}$  вдоль контура  $L$  (в направлении возрастания параметра  $t$ ), если  $\vec{a} = zy^2 \vec{i} - 2xy \vec{j} + z \vec{k}$ ,  $L: x = \cos t, y = \sin t, z = 3$ .

5. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}$  через замкнутую поверхность  $S$  (нормаль внешняя), если  $\vec{a} = 2x \vec{i} + z \vec{k}$ ,  $S: z = 3x^2 + 2y^2 + 1; x^2 + y^2 = 4; z = 0$ .

6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой

$$\int_{AB} (z^{-2} - z) dz, \quad AB: |z| = 2, \quad \text{Im } z \leq 0 \quad \text{от } z_A = -2 \quad \text{до } z_B = 2.$$

7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов  $\oint_{|z|=1/2} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$ .

### Вариант 2

1. Вычислить интеграл  $\int_L ye^x dl$ , где  $L: x^2 + y^2 = 4x$ .

2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (6x + y + 4z) ds$ , где  $S$  - часть плоскости  $3x + 3y + z = 3$ , отсекаемая координатными плоскостями.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_S (2y^2 - z) dx dy$ , где  $S$  - часть поверхности  $z = x^2 + y^2$ , отсекаемая плоскостью  $z = 2$  (вектор нормали образует тупой угол с положительным направлением оси  $OZ$ ).
4. Вычислить циркуляцию векторного поля  $\vec{a}$  вдоль контура  $L$  (в направлении возрастания параметра  $t$ ), если  $\vec{a} = 3y\vec{i} - 2x\vec{j} + x\vec{k}$ ,  $L: x = 3\cos t, y = 3\sin t, z = 3 - 3\cos t - 3\sin t$ .
5. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}$  через замкнутую поверхность  $S$  (нормаль внешняя), если  $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4; x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$
6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz$ ,  $AB$  - отрезок прямой,  $z_A = 0, z_B = 2 + 2i$ .
7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов  $\oint_{|z|=1} \frac{(\cos z^2 - 1) dz}{z^3}$

### Вариант 3.

1. Вычислить интеграл  $\int_L (xy + x^2) dl$ , где  $L$  - отрезок прямой от точки  $A(1,3)$  до точки  $B(-2,5)$ .
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S (2x + 5y - z) ds$ , где  $S$  - часть плоскости  $x + 2y + z = 2$ , отсекаемая координатными плоскостями.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_S 3x^2 dy dz - y^2 dx dz - z dx dy$ , где  $S$  - часть параболоида  $1 - z = x^2 + y^2$ , отсекаемая плоскостью  $z = 0$  (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси  $OZ$ ).
4. Вычислить циркуляцию векторного поля  $\vec{a}$  вдоль контура  $L$  (в направлении возрастания параметра  $t$ ), если  $\vec{a} = -x^2 y^3 \vec{i} + 4\vec{j} + x\vec{k}$ ,  $L: x = 2\cos t, y = 2\sin t, z = 4$
5. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}$  через замкнутую поверхность  $S$  (нормаль внешняя), если  $\vec{a} = (e^y + 2x)\vec{i} + (xz - y)\vec{j} + \frac{1}{4}(e^{xy} - z)\vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 2y + 3$ .
6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой  $\int_{AB} \operatorname{Re}(z + z^2) dz$ ,  $AB = \{(x, y): y = x^2, 0 \leq x \leq 1\}$
7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}$ ,

### Вариант 4.

1. Вычислить интеграл  $\int_L (2x + y^2) dl$ , где  $L: x^2 + y^2 = 1$ .
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода  $\iint_S xyz ds$ , где  $S$  - часть поверхности  $z = x^2 + y^2$ , отсекаемая плоскостью  $z = 16$ .

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_S xdydz + z^3 dx dy$ , где  $S$  - внешняя сторона сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ , отсекаемая плоскостью  $z = 0 (z \geq 0)$ .

4. Вычислить циркуляцию векторного поля  $\vec{a}$  вдоль контура  $L$  (в направлении возрастания параметра  $t$ ), если  $\vec{a} = z\vec{i} + y^2\vec{j} - x\vec{k}$ ,  $L: x = \sqrt{2} \cos t, y = 2 \sin t, z = \sqrt{2} \cos t$ .

5. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}$  через замкнутую поверхность  $S$  (нормаль внешняя), если  $\vec{a} = (yz - 2x^2)\vec{i} + (\sin x + y)\vec{j} + (x - 2z)\vec{k}$ ,  $S: x + 2y - 3z = 6, x = 0, y = 0, z = 0$ .

6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой

$$\int_{AB} \operatorname{Im} z dz, \quad AB = \{(x, y): y = 2x^2, 0 \leq x \leq 1\}$$

7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов  $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - x + 2)dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$

### Критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа 2 считается выполненной, если правильно решены 5 задач (получено 18 баллов и выше).

### Описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 2 “Криволинейные и поверхностные интегралы. Функции комплексного переменного” оценивается в 30 баллов: задачи 3 и 5 оцениваются по 5 баллов, а остальные задачи – по 4 балла.